



## Equações Diferenciais aplicadas a Física 2019/1- Prof. Antonio F Cardozo – Lista 1

1) Em cada um dos Problemas 1 a 6 desenhe um campo de direção para a equação diferencial dada. Determine o comportamento de  $y$  como  $t \rightarrow \infty$ . Se esse comportamento depender do valor inicial de  $y$  em  $t = 0$ , descreva esta dependência

- 1)  $y' = 3 - 2y$
- 2)  $y' = 2y - 3$
- 3)  $y' = 3 + 2y$
- 4)  $y' = -1 - 2y$
- 5)  $y' = 1 + 2y$
- 6)  $y' = y + 2$

2) Em cada um dos Problemas 7 a 10, escreva uma equação diferencial da forma  $dy / dt = ay + b$  cujas soluções têm o comportamento necessário como  $t \rightarrow \infty$ .

- 7) Todas as soluções se aproximam  $y = 3$ .
- 8) Todas as soluções se aproximam de  $y = 2/3$ .
- 9) Todas as outras soluções divergem de  $y = 2$
- 10) Todas as outras soluções divergem de  $y = 1/3$ .

3) Em cada um dos Problemas 11 a 14 desenhe um campo de direção para a equação diferencial dada. Baseado no campo de direção, determine o comportamento de  $y$  como  $t \rightarrow \infty$ . Se esse comportamento depender no valor inicial de  $y$  em  $t = 0$ , descreva essa dependência. Note que nestes problemas a equações não são da forma  $y' = ay + b$  e o comportamento de suas soluções é um pouco mais complicado do que para as equações no texto.

11.  $y' = y(4 - y)$
12.  $y' = -y(5 - y)$
13.  $y' = y^2$
14.  $y' = y(y - 2)^2$

### Soluções de algumas equações diferenciais

4) Uma lagoa contém inicialmente 1.000.000 galões de água e uma quantidade desconhecida de um indesejável químico. Água contendo 0,01 grama deste produto químico por galão flui para a lagoa em um taxa de 300 galões / min. A mistura flui na mesma taxa, então a quantidade de água na lagoa permanece constante. Suponha que o produto químico é uniformemente distribuído por todo o lagoa.

- a) Escreva uma equação diferencial cuja solução é a quantidade de produto químico na lagoa em qualquer momento.
- b) Quanto do produto químico estará no lago depois de muito tempo? Isso limita o montante depende da quantidade que estava presente inicialmente?



5) Sabe-se que uma cultura bacteriana cresce a uma taxa proporcional à quantidade presente. Depois de uma hora, 1000 cadeias das bactérias são observadas na cultura; e depois de quatro horas, 3000. Encontre

- uma expressão para o número aproximado de filamentos das bactérias presentes na cultura em qualquer momento
- número aproximado de filamentos das bactérias originalmente na cultura.

6) A população de um determinado país é conhecida por aumentar a uma taxa proporcional ao número de pessoas vivendo atualmente no país. Se depois de dois anos a população duplicou, e depois de três anos a população é de 20.000, estimar o número de pessoas que vivem inicialmente no país. Deixe  $N$  denotar o número de pessoas que vivem no país a qualquer momento  $t$ , e deixe  $N_0$  denotar o número de pessoas vivendo inicialmente no país.

7) Em março de 1987, a População mundial atingiu 5.000.000.000, e estava crescendo à taxa de 380.000 pessoas por dia. Assumindo-se taxas de Natalidade e mortalidade constantes, para quando se deve esperar uma população mundial de 10.000.000.000?

8) Segundo a lei de Newton, a velocidade de resfriamento de um corpo no ar é proporcional à diferença da temperatura  $T$  do corpo e a temperatura  $T_a$  do ambiente. Se a temperatura do ambiente é de  $20^\circ\text{C}$  e a temperatura do corpo cai em 20 minutos de  $100^\circ\text{C}$  a  $60^\circ\text{C}$ , dentro de quanto tempo sua temperatura descerá para  $30^\circ\text{C}$ ?

9) Um assado pesando 2,5 kg inicialmente a  $10^\circ\text{C}$  é posto em um forno a  $280^\circ\text{C}$  às cinco horas da tarde. Depois de 75 min a temperatura  $T(t)$  do assado é de  $90^\circ\text{C}$ . Quando a temperatura do assado será de  $150^\circ\text{C}$  ?

10) A altura  $h$  da água que está fluindo através de um orifício no fundo de um tanque cilíndrico é dada por  $\frac{dh}{dt} = -\frac{A_0}{A_w} \sqrt{2gh}$  onde  $g = 18\text{m/s}^2$ ,  $A_w$  e  $A_0$  são as áreas das seções transversais da água e do orifício, respectivamente. Se a altura inicial da água era de 20 m,  $A_w = 37,5\text{m}^2$  e  $A_0 = 1/4\text{m}^2$ . Em quanto tempo o tanque estará vazio?

